

3-1. (3 балла)

Найдите наименьшее простое число, являющееся суммой 5 различных простых чисел.

3-2. (3 балла)

Расставьте числа в порядке убывания:

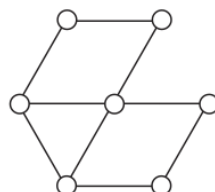
$$2^{5000}, 3^{4000}, 4^{3000}, 5^{2000}, 6^{1000}.$$

3-3. (3 балла)

Ваня задумал некоторое двузначное число и сообщил 3 правила, которым он следовал при выборе числа:

- Если число больше 70, то оно является квадратом натурального числа
- Если число больше 40, то оно простое
- Если число меньше 80, то сумма его цифр равна 14

Какие числа мог задумать Ваня? Найдите все ответы.

3-4. (3 балла)

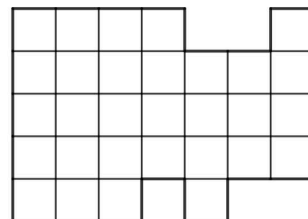
Маше дали задание покрасить кружочки, показанные на рисунке, в несколько цветов так, чтобы любые два кружочка, соединенные отрезком, были покрашены в разные цвета. Какое наименьшее количество цветов ей придется использовать, и как ей это сделать? Приведите не только ответ, но и пример того, как Маша может покрасить кружочки в это количество цветов.

3-5. (3 балла)

Сколькими способами можно разбить квадрат 3×3 на полосы 1×3 и трехклеточные уголки? В разбиении не обязательно использовать оба вида фигур. Разбиения, отличающиеся поворотом или симметрией считаются разными.

3-6. (3 балла)

Разрежьте фигуру, показанную на рисунке, на 5 равных фигур. Резать разрешается только по линиям сетки. Равными называются фигуры, которые можно совместить наложением.

**3-7. (3 балла)**

Максиму дали разгадать необычный математический кроссворд. Ему необходимо выбрать 8 различных цифр среди цифр от 1 до 9 и поставить каждую в одну из клеток квадрата 3×3 (кроме центральной, которая закрашена) таким образом, чтобы выполнялись следующие условия:

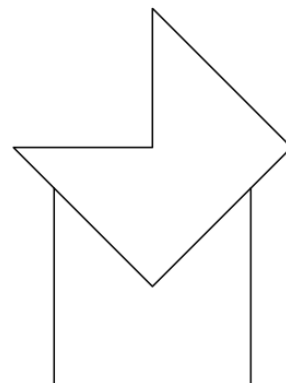
1		2
3		

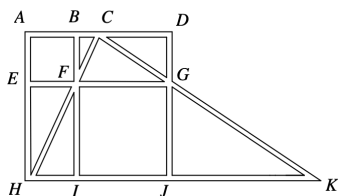
- 1 по горизонтали: число, образованное тремя цифрами, идущими слева направо, делится на 9
- 3 по горизонтали: число, образованное тремя цифрами, идущими слева направо, является квадратом натурального числа
- 1 по вертикали: число, образованное тремя цифрами, идущими сверху вниз, делится на 11
- 2 по вертикали: число, образованное тремя цифрами, идущими сверху вниз, делится на 13 и 19

Помогите Максиму разгадать кроссворд.

3-8. (3 балла)

У Васи было два одинаковых квадрата со стороной 1. Он провел в них диагонали и вырезал одну из 4 получившихся частей в обоих квадратах, а потом приложил их один к другому, как показано на рисунке. Чему равен периметр получившейся фигуры?





4-1. (4 балла)

Три полицейских отправились патрулировать город, карта которого показана на рисунке. Они решили

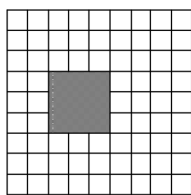
сэкономить силы и хотят встать на некоторые перекрестки (отмечены буквами на рисунке) так, чтобы каждая улица полностью просматривалась хотя бы одним полицейским. Полицейский видит только те улицы, которые пересекаются на том перекрестке, где он стоит (например, полицейский на перекрестке J будет видеть всё вдоль отрезков JD, JH и JK). На какие перекрестки необходимо встать полицейским, чтобы добиться желанного?

4-2. (4 балла)

Последовательность натуральных чисел устроена следующим образом: первые два числа – 2025 и 2024. Далее, каждое следующее число равно разнице между большим и меньшим числом среди двух предыдущих (таким образом, следующие два числа последовательности после 2025 и 2024 будут 1 и 2023). Найдите 55-ое число в последовательности.

4-3. (4 балла)

Саша нарисовал квадрат 9×9 и вырезал из него квадрат 3×3 (закрашен серым цветом на рисунке). Теперь он хочет закрасить зеленым цветом какой-нибудь один квадрат любого размера, у которого границы идут по линиям сетки. Сколько вариантов для закрашивания есть у Саши? Квадраты, имеющие одинаковый размер, но располагающиеся в разных частях поля, считаются разными вариантами. Квадраты, положение которых отличается симметрией, поворотом или переворотом также считаются разными вариантами.



4-4. (4 балла)

Марку дали задание записать в каждой клетке таблицы 3×3 по одному делителю числа 100 (каждый делитель можно использовать не более одного раза) так, чтобы произведение чисел в каждой строке, каждом столбце и двух главных диагоналях было одинаковым. Кроме того, Марку решили помочь и написали числа 1, 2 и 50 за него, чтобы облегчить задачу. Какие числа Марк мог написать на месте "х"? Найдите все ответы.

x	1	50
2		

4-5. (4 балла)

Село Чеботарево разделено прямой рекой на две части. С одной стороны реки живут только детективы, а с другой – только преступники. Детективы всегда говорят правду, а преступники всегда лгут. Аня, Боря, Ваня, Дана, Гоша, и Эля – шестеро жителей села, дома которых расположены в вершинах правильного шестиугольника именно в таком порядке по часовой стрелке. Пятеро из них сделали следующие заявления:

- Аня: Дана – детектив
- Боря: мы с Гошей живем по одну сторону реки
- Ваня: Эля – преступник
- Гоша: Боря и Дана живут по разные стороны реки
- Дана: я живу на той же стороне реки, что и Эля

Кто из шести жителей является детективами, а кто преступниками?

4-6. (4 балла)

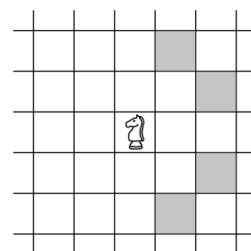
Мирон хочет выбрать несколько чисел среди чисел от 1 до 2025 (каждое можно выбрать лишь один раз) так, чтобы сумма и произведение любых двух выбранных чисел не делились на 7 (например, он может выбрать числа 1 и 2, так как $1 + 2 = 3$, $1 \times 2 = 2$ и оба полученных числа не делятся на 7). Какое наибольшее количество чисел может выбрать Мирон?

4-7. (4 балла)

В треугольнике ABC известно, что $AB + BC = 2AC$. Точка I – точка пересечения биссектрис углов BAC и BCA. Точки M и N – середины сторон AB и BC соответственно. Известно, что $IM = 3$. Чему равна длина отрезка IN?

4-8. (4 балла)

Сколькими способами шахматный конь может добраться из левого нижнего угла шахматной доски 8×8 в правый верхний угол, если ему разрешено совершать только те ходы, которые продвигают его направо (см. рисунок) и запрещено выходить за пределы доски.



5-1. (5 баллов)

Пятеро друзей Алина, Боря, Вова, Гриша и Диана взяли колоду из 12 карт, пронумерованных от 1 до 12 и раздали каждому по две карты. Оказалось, что сумма чисел на картах Алины – 4, на картах Бори – 11, на картах Вовы – 16, на картах Гриши – 19, а на картах Дианы – 20. Кому какие карты были выданы? Найдите все возможные ответы.

5-2. (5 баллов)

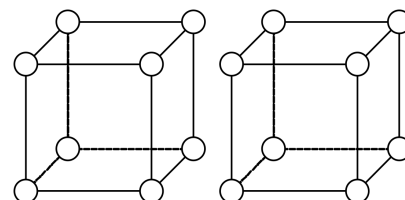
Натуральное число A обладает следующим свойством: существует ровно A пар натуральных чисел X и Y таких, что $X \leq 6$, $Y \leq 7$ и $X + Y \geq A$. Найдите все возможные значения числа A . Пары (X, Y) упорядочены, то есть $X = 3, Y = 5$ и $X = 5, Y = 3$ считаются двумя разными парами (X, Y) .

5-3. (5 баллов)

Дан четырехугольник $ABCD$, в котором стороны AB и CD параллельны. Биссектрисы углов ABC и BCD пересекаются в точке M . Пусть P – точка, симметричная точке M относительно стороны BC . Известно, что $BC = 6$, $DP = 8$ и $\angle CBP = 30^\circ$. Найдите длину отрезка DB .

5-4. (5 баллов)

Расставьте числа от 1 до 16 в вершины двух кубов (каждое число должно быть



использовано ровно 1 раз) так, чтобы сумма 4 чисел в вершинах каждой стороны куба была одной и той же для всех сторон обоих кубов. Достаточно привести 1 пример расстановки чисел.

5-5. (5 баллов)

Найдите все четырёхзначные натуральные числа \overline{abcd} такие, что $\overline{abcd} = a^2 \cdot \overline{bcd}$.

5-6. (5 баллов)

Дана последовательность из N целых неотрицательных чисел. Если записывать их по порядку (как в календаре) в таблицу с 8 столбцами, то в каждой **полностью заполненной** строке сумма будет не более 34. Если же записывать их таким же образом в таблицу с 11 столбцами, то сумма в каждой **полностью заполненной** строке будет хотя бы 48. Какое наибольшее значение может принимать N ?

5-7. (5 баллов)

Даня написал на доске 2 числа: 1 и 1. Далее, каждую секунду он выбирает одно число и вместо него записывает сумму двух чисел на доске (таким образом, если на доске написаны X и Y , то через одну секунду могут быть написаны либо X и $X+Y$, либо $X+Y$ и Y). Через несколько секунд Даня стер очередное число и написал на его место число 42. Сколькими способами он мог прийти к такой ситуации? Способы считаются одинаковыми, если каждую секунду Даня записывал на доску одно и то же число.

5-8. (5 баллов)

Карлсон недавно получил права и теперь может водить автомобиль. Начиная с мая этого года он будет делать каждый май в течение 30 лет одно из двух действий: либо покупать новый автомобиль за 9 миллионов рублей, либо обслуживать один из своих уже имеющихся автомобилей за цену, равную возрасту автомобиля в годах, умноженную на миллион (таким образом, если автомобилю 2 года, то цена обслуживания составит 2 миллиона рублей). В этом году Карлсон обязан купить новый автомобиль, так как у него нет машины. Какую минимальную сумму придется потратить Карлсону за ближайшие 30 лет (то есть, за 30 проделанных действий, описанных выше)?